

Колебательные процессы в экономических системах**Oscillatory processes in economic systems**

УДК 330.101

Н. В. Катаргин, Финансовый университет
при Правительстве РФ
(Москва, Россия)

N. V. Katargin, Financial University under
the Government of the Russian Federation
(Moscow, Russia)

Предложены методы исследования волновых свойств экономических переменных – рядов цен и индексов на фондовом рынке и макроэкономических переменных на примере ВВП. Вид коррелограммы остатков после вычитания трендов позволяет судить о возможности прогноза с использованием волн. Метод наименьших квадратов с «Поиском решения» Excel позволяет аппроксимировать синусоидой часть временного ряда.

Причиной колебаний переменных в экономической системе может быть реакция агентов на воздействии. При нелинейной реакции система может долгое время совершать периодические колебания, заканчивающиеся бесконечным нарастанием амплитуды – катастрофой. Небольшие случайные флуктуации существенно сокращают время до катастрофы.

Ключевые слова: макроэкономика, фондовый рынок, колебания экономических переменных, аппроксимация синусоидой, система с нелинейными связями, метод Монте-Карло.

Proposed methods for investigation of wave properties of the economic variables of price series and indexes on the stock market and macroeconomic variables, for example GDP. View of correlogram of residuals after subtraction of trends allows to estimate the possibility of forecasting using waves. The Least-Squares Method with the Excel Solver allows to fit a sinusoid to time series. Cause of fluctuations of the variables in economic system may be the reaction of agents to the impact. Due to nonlinear reaction system can perform periodic oscillations for a long time, ending by the huge increase in the amplitude: disaster. Small random fluctuations significantly reduce the time before the crash.

Keywords: macroeconomics, fund market, fluctuations of economical variables, sinusoidal approximation, system with non-linear interactions, Monte-Carlo method.

Введение

В данной работе развиваются некоторые идеи, высказанные в статье А. И. Богомолова, А. И. Ивануца и В. П. Небезина «Управление экономической системой на основе её фундаментальных свойств» [1], в которой «предлагается в модели экономиче-

ской системы рассматривать в качестве фундаментальных колебательные и волновые свойства её ключевых экономических переменных, подверженных стохастическому воздействию случайных внутренних и внешних факторов». В экономике известны периодические колебания, детерминированные внешними факторами, например в торговле это рост и спад, связанные с сезоном, праздником, днем недели, временем суток, повторяющиеся из года в год. На графиках других переменных, таких как ВВП или цены на фондовых рынках, после вычета трендов также можно увидеть волны. При прогнозировании на фондовом рынке по виду коррелограмм остатков можно судить о целесообразности использования волн и даже об их периоде [2]. В данной работе предложена методика исследования волн во временных рядах экономических переменных.

Многие исследователи, например Эдгар Петерс [3], считают, что социально-экономическую систему можно рассматривать как совокупность элементов (агентов, игроков, акторов) с нелинейными связями. В данной работе проведено моделирование простейшей системы с нелинейной обратной связью, позволяющее лучше понять возникновение волн и катастроф в социально-экономических системах.

Аппроксимация волн в рядах цен на фондовом рынке

Известно, что ряды цен на фондовом рынке обладают свойством фрактальности, то есть похожие диаграммы, содержащие тренды, волны и флуктуации, можно наблюдать в разных масштабах времени. Неоднократно предпринимались попытки использовать ряды Фурье, т. е. представление временного ряда в виде суперпозиции синусоидальных волн, для прогнозов на фондовом рынке, но успешных результатов нет из-за сдвига фаз. Автором были выделены волны со стабильным периодом $25,12 \pm 2,7$ дней, причём высокую вероятность их выделения можно заранее предсказать по внешнему виду коррелограмм остатков после вычитания трендов [2]. После 2–3 волн часто

наблюдается сдвиг фазы, что не позволяет применить Фурье-анализ, но вполне возможна синусоидальная аппроксимация с использованием метода наименьших квадратов (МНК), сервиса «Поиск решения» для минимизации суммы квадратов остатков с изменением коэффициентов в модифицированной модели Брауна:

$$X(t) = a + b t + d \sin(\omega t + \varphi) \quad (1),$$

где $X(t)$ – значение аппроксимирующей функции,

t – время (день, час и др.),
 a, b, d, ω, φ — коэффициенты аппроксимирующей функции.

На рис. 1–3 приведен пример исследования и прогноза индекса фондового рынка. Замечено, что если первый ноль на коррелограмме имеет порядок меньше 9, а второй меньше 25, то высока вероятность обнаружения волн с периодом 25 [2].

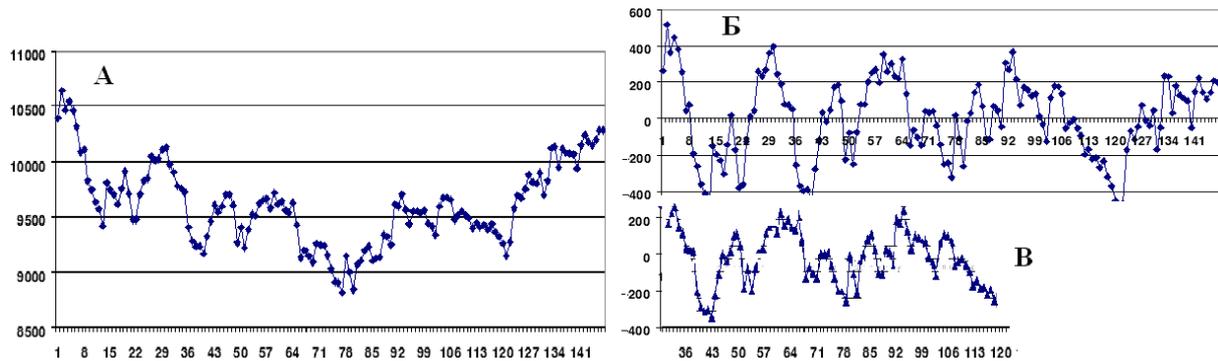


Рис. 1. График индекса NIKKEI (первое значение – 6 мая 2010 г.) А, график индекса NIKKEI с вычтенными трендами Б, график индекса NIKKEI с вычтенными трендами и со смещением на 30 дней В

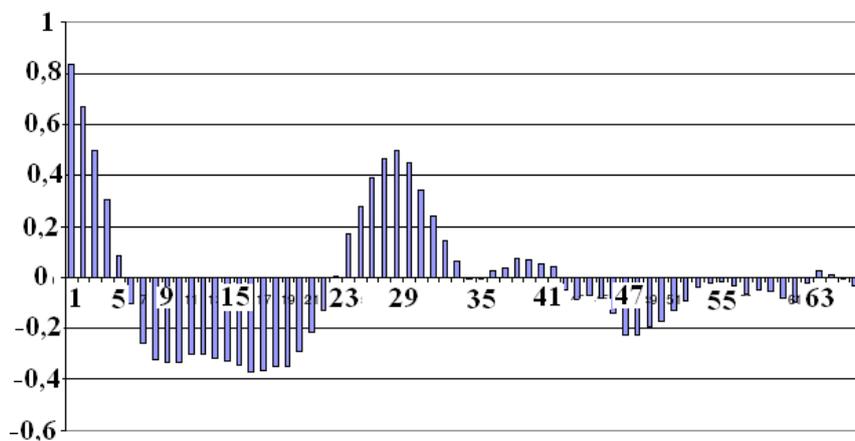


Рис. 2. Коррелограмма ряда индекса NIKKEI с вычтенными трендами



Рис. 3. Нелинейная аппроксимация участка ряда NIKKEI

Волны в рядах макроэкономических переменных

Применим синусоидальную аппроксимацию для обнаружения волн на графике макроэкономической переменной – ВВП США за период 1943–2015 гг. (данные с сайта www.bea.gov). Доступны более ранние данные, но в 1929 г. началась Великая депрессия, экономика США восстановилась в 1940-е. Если использовать номинальные данные, то тренд близок к экспоненте. Будем работать с натуральными логарифмами, тогда тренд близок к прямой линии (рис. 4).

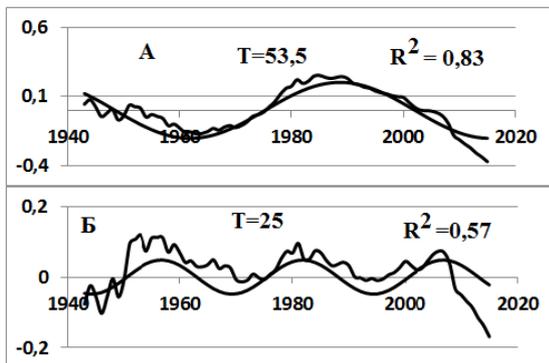


Рис. 4. Логарифмы ВВП США за 1943–2015 гг.

Вычтем линейный тренд, показанный на рис. 4, и применим синусоидальную аппроксимацию по формуле (1), используя МНК и «Поиск решения» Excel. Период синусоиды $T=53,5$ лет (рис. 5А) примерно совпадает с периодом волн Кондратьева, качество модели, оцененное по коэффициенту детерминации ($R^2=0,83$), можно считать хорошим. После вычитания синусоиды волны просматриваются, но качество аппроксимации плохое ($R^2=0,57$), а период вторых остатков $T=25$ лет (рис. 5Б) не совпадает с периодом волн Жюгляра – 12–14 лет.

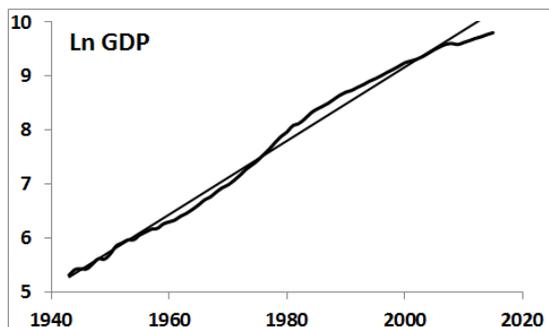


Рис. 5. Результаты последовательного применения синусоидальной аппроксимации к ряду Ln ВВП США после вычитания тренда

Интересно, что после вычитания тренда из ряда Ln ВВП США, приведённого к ценам 2009 г., волны не проявились (рис. 6).

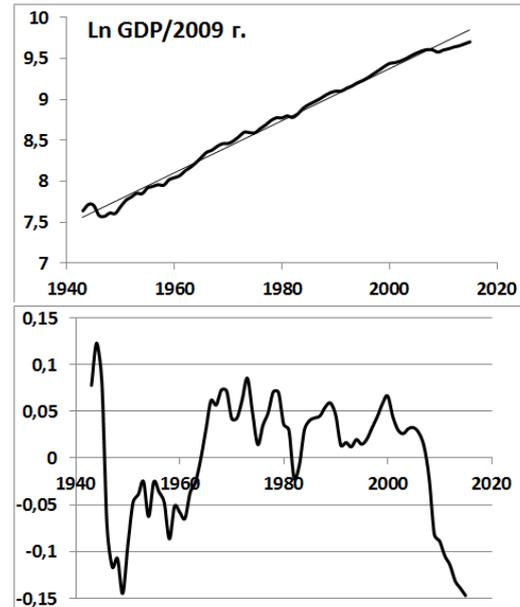


Рис. 6. Логарифмы ВВП США в ценах 2009 г. и остатки после вычитания тренда

Вывод: линейно-синусоидальная аппроксимация с использованием МНК и сервиса «Поиск решения» Excel – удобный инструмент для изучения колебательных процессов в экономике и прогнозирования на фондовом рынке.

Колебания в системе с нелинейными связями

«Большинство экономистов и учёных придерживаются мнения, что в экономике не просто все колеблется вследствие какого-либо внешнего воздействия, а поддерживается изнутри самой колебательной системой» [1]. Экономическую систему часто рассматривают как совокупность взаимодействующих агентов (акторов, игроков), действие одних агентов вызывает противодействие других, что и приводит к колебаниям. Простейшая механическая система такого типа – маятник: отклонение X от равновесия приводит к появлению силы, направленной в противоположную сторону, и пропорционального этой силе ускорения – второй производной отклонения x . Пример линейной реакции на воздействие – закон Гука: при растяжении пружины возникает сила, пропорциональная отклонению и направленная в противоположную сторону. Ускорение массы m на конце пружины пропорционально этой силе:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x,$$

где k – жесткость пружины,
 x – отклонение.

Решение такого уравнения — бесконечная синусоида, то есть система бесконечно совершает колебания одинаковой амплитуды около положения равновесия.

Цитата из книги Эдгара Петерса «Порядок и хаос на рынках капитала» [3]: «Последние сорок лет в теории финансов доминировала линейная парадигма. Согласно этой парадигме каждое действие вызывает пропорциональную реакцию. Однако рынки редко бывают столь упорядоченными. Весьма часто, когда вы меньше всего ожидаете этого, возникает экспоненциальная суперреакция на воздействие – это и есть сущность нелинейности, и большинство практиков осознают ее связь с реальностью. Многие ученые и аналитики согласны с тем, что рынки реагируют нелинейно». В [1] также предлагается рассматривать «экономику государства как сложную систему из агентов, объединённых нелинейными связями».

Если вдруг возникнет «экспоненциальная суперреакция на воздействие», то сила резко возрастёт и пружина (система) сломается, произойдёт катастрофа. А как поведёт себя система при экспоненциальной реакции и параметрах, не приводя-

щих к быстрой катастрофе? Мы исследовали уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k(\exp(ax) - 1).$$

Появление -1 связано с тем, что $\exp(0)=1$, а ускорение при прохождении нуля также должно быть равно нулю. Скорость x' и отклонение x вычисляются по формулам

$$x' = x'_{t-1} + x''dt$$

$$x = x_{t-1} + x'dt.$$

Исследование проводилось методом конечных разностей в среде Excel. Пример расчётов представлен в табл. 1. В ней заданы параметры модели: временной интервал dt , коэффициенты k , a , начальные значения $x=100$ и $x'=10$ (скорость). Ускорение x'' вычисляется в столбце С. Чтобы аргумент экспоненты был всегда положительным, в столбце D формируется его абсолютное значение, а в столбце E запоминается знак отклонения x . В строке 6 представлены расчётные формулы, которые затем копируются вниз, в строках 7-9 – первые расчётные значения.

Таблица 1

Пример расчётов в Excel

	A	B	C	D	E
2		dt	1		
3		k	0,002	a	0,093367
4	x	x'	x''		
5	100	10			
6	$=A5+B6*dt$	$=B5+C6*dt$	$=k*(EXP(a*D6)-1)*E6$	$=ABS(A5)$	$=ЕСЛИ(A5>0;-1;1)$
7	68,9985	-19,13	-7,24941	88,124	-1
8	48,6489	-20,35	-1,22416	68,999	-1
9	28,1148	-20,53	-0,18447	48,649	-1

В результате проведённых расчётов были построены графики x , x' , x'' , частично представленные на рис. 7. Вид функций отличается от синусоиды: волны x треугольные, волны x' почти прямоугольные, для x'' характерны резкие скачки. Существуют критические значения коэффициентов уравнения, при которых после некоторого количества колебаний амплитуда, ускорение и скорость устремляются к бесконечности, т. е. наступает катастрофа. В данном случае при $a < 0,09$ колебания могут продолжаться бесконечно, а при $a = 0,093367$ катастрофа наступает при $t=5790$, при большем a катастрофа наступает раньше. Накануне катастрофы период колебаний уменьшается, амплитуды x' и x'' начинают нарастать.

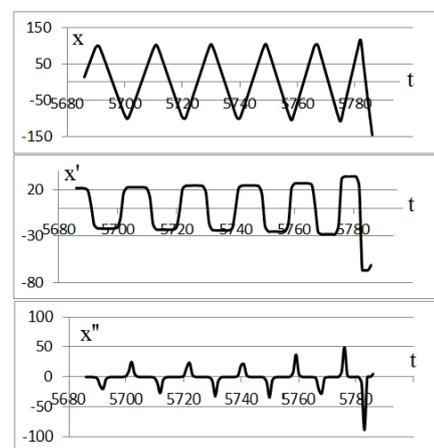


Рис. 7. Графики отклонения, скорости и ускорения накануне катастрофы

Расчёты методом Монте-Карло показали, что случайные возмущения x , т. е. отдельные случайные события, служат «спусковым крючком» катастрофы, если она в принципе возможна. На гистограмме, представленной на рис. 8, видно, что при добавке возмущений со стандартным отклонением, равным 1 % амплитуды колебаний x , значительная часть катастроф в той же модели происходит в интервале $t < 400$, остальные растянуты в интервале до 6000 и далее.

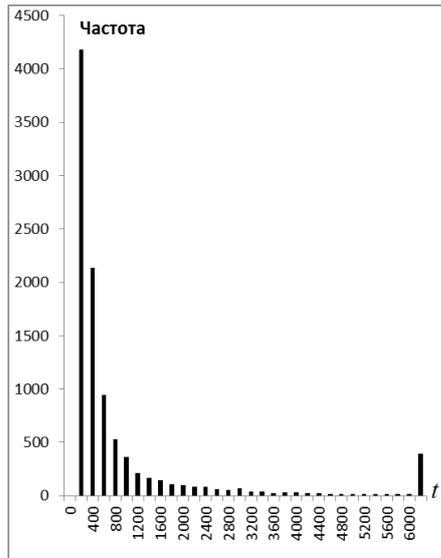


Рис. 8. Частотное распределение интервалов времени до катастрофы

Можно интерпретировать x как «видимые» показатели состояния производства и рынка, x'' как показатель напряжённости в экономических и общественных отношениях. Обычно общество пребывает в спокойном состоянии, но периодически возникают напряжения (выборы, забастовки),

влияющие на экономические показатели x . Нарастание амплитуд x'' и сокращение периода колебаний, предшествующие катастрофе, при отсутствии возмущений связано, скорее всего, с применяемой дискретной технологией расчетов. Роль спускового крючка играет случайное сочетание событий. Но в реальной жизни события также имеют случайный и дискретный характер, и данный пример объясняет некоторые закономерности социально-экономического развития.

В социально-экономической среде взаимодействуют множество игроков и модель гораздо сложнее. Но данная модель позволяет понять некоторые закономерности возникновения социально-экономической катастрофы, в том числе резкое сокращение срока её наступления и невозможность его точного прогнозирования из-за влияния малых возмущений.

Заключение

В статье представлены методы обнаружения, исследования и практического использования волн во временных рядах макроэкономических переменных и цен на фондовом рынке. Приведены некоторые результаты исследований: волны с периодом 53,5 лет в ВВП США, волны с периодом $25,12 \pm 2,7$ дней в некоторых рядах цен на фондовом рынке, которые можно предсказать по виду коррелограммы. Представлен возможный механизм возникновения колебаний и катастроф в социально-экономических системах, основанный на нелинейном взаимодействии элементов систем (агентов). С использованием метода Монте-Карло показана решающая роль малых случайных возмущений в сокращении времени до катастрофы.

Список литературы

1. Богомолов А. И., Иванус А. И., Неужин В. П. Управление экономической системой на основе её фундаментальных свойств // Корпоративное управление и инновационное развитие экономики Севера: Вестник Научно-исследовательского центра корпоративного права, управления и венчурного инвестирования Сыктывкарского государственного университета, 2016. № 1. С. 21–28. URL: <http://vestnik-ku.ru/images/articles/2016/1/2.pdf> (дата обращения: 15.09.2016).
2. Катаргин Н. В., Цветков А. В. Исследование автокорреляций высоких порядков в рядах цен активов на фондовом рынке // Международный научный журнал. 2011. № 4. С. 38–42.
3. Петерс Э. Порядок и хаос на рынках капитала. М.: Мир, 2000. 336 с.

References

1. Bogomolov A. I., Ivanus A. I., Nevezhin V. P. *Upravlenie ekonomicheskoi sistemoi na osnove ee fundamentalnih svoystv* [Management of economical system based on its fundamental properties] // Corporate governance and innovative development of economy of the North: Bulletin of the research center of corporate law, management and venture investment of Syktyvkar state University, 2016. № 1. Pp. 21–28. (In Russ). Available at: <http://vestnik-ku.ru/images/articles/2016/1/2.pdf> (accessed: 15.09.2016).

2. Katargin N. V., Tsvetkov A. V. *Issledovanie avtokorrelyatsii visokih poryadkov v ryadah cen aktivov na fondovom rinke* [Research of high order autocorrelations in the price series of assets in the stock market] // *Mezhdunarodnii nauchnii zhurnal*, 2011. № 4. Pp. 38–42.
3. Peters E. *Poryadok i haos na rinkah kapitala*. M.: Mir, 2000. 336 p.

Для цитирования: Катаргин Н. В. Колебательные процессы в экономических системах // *Корпоративное управление и инновационное развитие экономики Севера: Вестник Научно-исследовательского центра корпоративного права, управления и венчурного инвестирования Сыктывкарского государственного университета*. 2016. № 3. С. 19–24.

For citation: Katargin N. V. *Oscillatory processes in economic systems* // *Corporate governance and innovative economic development of the North: Bulletin of the Research Center of Corporate Law, Management and Venture Capital of Syktyvkar State University*. 2016. № 3. P. 19–24.